ACADEMIA ONE
PEER REVIEWED JOURNALS
Wire Insights: Journal of Innovation Insights
Volume 1, Issue 7, December 2023
ISSN (E): 2810-6458
Website: https://academiaone.org/index.php/7

IQTISODIY MASALALARNI CHIZIQLI DASTURLASH MASALASIGA KELTIRISH VA SIMPLEKS USULDA YECHISH

A.I.Sotvoldiyev,
S.M.Kamoldinov
Toshkent moliya instituti
akmal.sotvoldiyev@mail.ru,
kamoldinovs03@gmil.com

Annotatsiya. Ushbu maqolada iqtisodiy masalalarni chiziqli dasturlash masalasiga keltirish va simpleks usulda yechish masalalariga to‘xtalinadi. Bunda chiziqli dasturlash masalalarini yechish uchun chiziqli algebra va simpleks jadvallardan foydalanishga urg‘u berib o‘tiladi.
Kalit so‘zlar: simpleks usul, chiziqli algebra, miqdoriy usul, modellar nazariyasi, tenglamalar sistemasi, algoritm, optimallik.

Аннотация. В данной статье рассматриваются проблемы сведения экономических задач к задаче линейного программирования и решения их симплекс-методом. Особое внимание уделяется использованию линейной алгебры и симплексных таблиц для решения задач линейного программирования.
Ключевые слова: симплекс-метод, линейная алгебра, количественный метод, теория моделей, система уравнений, алгоритм, оптимальность.

Annotation. This article focuses on the problems of bringing economic problems to the problem of linear programming and solving them by the simplex method. Emphasis is placed on using linear algebra and simplex tables to solve linear programming problems.
Key words: simplex method, linear algebra, quantitative method, theory of models, system of equations, algorithm, optimality.

Kirish

Ma’lumki, miqdoriy usul va modellar nazariyasi hamda qo‘llanishiga doir masalalar chiziqli dasturlash masalasiga keltirilib hal qilinadi. Aniqlik sharoiti deganda, sistema boshqaruvining barcha parametr va shartlari aniq bo‘lgan, ya’ni hech qanday tasodifiylik ta’siri bo‘lmagan hol tushuniladi. Bunday masalalarda chiziqli optimizatsiyalash usuli qo‘llanilib, bunda ishlab chiqarishning optimal rejasini tuzish, savdo, xarid yoki tashish optimal hajmini aniqlash, optimal moliyaviy rejalashtirish va shu kabi maqsadlar ko‘zlanadi. Rejalashtirish boshqaruvning asosiy funksiyalaridan biridir.

Agar chiziqli dasturlash masalasining matematik modelidagi o‘zgaruvchilar soni ikkidan ortiq bo‘lgan taqdirda (ba’zi hollar bundan mustasno) masalani grafik usulda yechish imkoniyati bo‘lmaydi. Bunday masalalarni yechishda simpleks usulidan foydalaniladi.

Simpleks usuli – chiziqli dasturiy masalasining maqsad funksiyasi optimal (maksimal yoki minimal) qiymatini qabul qilmaguncha, bir bazis yechimdan (yechimlar ko‘pburchagining bir uchidan) boshqa yechimga ketma-ket o‘tish usulidir. Bu usul faqat ikki o‘zgaruvchili bo‘lgan masalalarni yechishga mo‘ljallangan grafik usuldan farqli o‘laroq, har qanday chiziqli dasturlash masalasini yechish imkoniyatini beradigan universal usul hisoblanadi.

Simpleks usuli 1947-yilda amerikalik matematik R.Danzig tomonidan taklif qilingan, o‘sha vaqtdan boshlab sanoat islab chiqarish ehtiyojlari uchun bu usul minglab o‘zgaruvchilar va cheklovlar qatnashgan chiziqli dasturlash muammolarini yechishda ko‘p qo‘llanilgan. Simpleks usulni bayon qilishdan avval chiziqli tenglamalar sistemasining ba’zi tushunchalarini esga olaylik.

Bizga n o‘zgaruvchili m ta tenglamalar sistemasi berilgan bo‘lsin:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases} \tag{1}$$

Chiziqli dasturlash masalalarida $A = (a_{ij}) \quad (i = 1, 2, \ldots, m;\ j = 1, 2, \ldots, n)$ matritsaning rangi $r = m$ bo‘lib, $m < n$ bo‘lgan holat qiziqish uyg‘otadi.

Agar (1) sistemaning m ta o‘zgaruvchilari oldidagi koeffisiyentlardan tuzilgan matritsaning determinanti noldan farqli bo‘lsa, bunday o‘zgaruvchilarga basis o‘zgaruvchilar deyiladi.

Qolgan $n - m$ o‘zgaruvchilarga esa ozod yoki nobazis o‘zgaruvchilar deyiladi.

Agar (1) sistemaning $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ yechimlari $x_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, \ldots, n)$ shartni qanoatlantirsa, bunday yecimlarga mumkin bo‘lgan yechimlar, aks holda mumkin bo‘lmagan yechimlar deyiladi.

Nobazis o‘zgaruvchilar nolga teng bo‘lgan sistemaning yechimiga bazis yechim deyiladi.

Tahlil va natijalar

Hisoblashlarda qulaylik yaratish maqsadida simpleks usulning jadval ko‘rinishdagi ifodasi maqsadga muvofiqdir.

Simpleks jadval. Chiziqli dasturlash masalalarini simpleks usulida yechishda quyidagi algoritmga amal qilinadi.

1-qadam. Boshlang‘ich simpleks jadvalni qurish;

2-qadam. Yechimni optimallikka tekshirish. Optimal yechim topilganda jarayonni tugallash;

3-qadam. Optimallikka yo‘naltiruvchi holatni topish;

4-qadam. Yangi yechimga o‘tish va 2-qadamga qaytish.

Simleks jadvalning umumiy ko‘rinishi 1-jadvalda keltirilgan (m – shartlar soni, n – o‘zgaruvchilar soni)

ACADEMIA ONE
PEER REVIEWED JOURNALS
Wire Insights: Journal of Innovation Insights
Volume 1, Issue 7, December 2023
ISSN (E): 2810-6458
Website: https://academiaone.org/index.php/7

B	C_b	P_0	**Maqsad funksiya**							
			x_1	x_2	…	x_n	s_1	s_2	…	s_m
Bazis o‘ zaruvchilar	**Maqsad funksiyaning bazisga kirgan ko’ ffisiyentlari**	**Bazis o‘ yechim qiymatlari**	**Masala shartlarining koeffisiyentlari**							
F_j			$C_j - F_j$ **satrini aniqlash**							
$C_j - F_j$			**Optimallik mezonini aniqlovchi satr**							

1-jadval. Simpleks jadval ko‘rinishi

• Jadvalning birinchi satrida barcha (asosiy va qo‘shimcha) o‘zgaruvchilar qayd qilinadi;

• Jadvalning B harfi bilan ajratilgan birinchi ustunida bazis o‘zgaruvchilar keltiriladi.

• Jadvalning ikkinchi satrida 3-katakdan boshlab maqsad funksiyasining koeffisiyentlari keltiriladi.

• C_b ustunda bazisga kirgan o‘zgaruvchilarning koeffisiyentlari joylashtiriladi (oxirgi ikki satrdan tashqari).

• Bazis o‘zgaruvchilar uchun ajratilgan satrlarda shartlarning koeffisiyentlari keltiriladi.

• P_0 ustunda bazis o‘zgaruvchilarning qiymatlari joylashadi

• Oxirgi $C_j - F_j$ satr optimallik mezonini aniqlashga qaratilgandir.

• F_j satidagi ma’lumot yordamida oxirgi $C_j - F_j$ satr hisoblanadi bu satrning oxirgi katagida maqsad funksiyasining joriy qiymati joylashadi.

Ushbu

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \le 10 \\ 2x_1 + x_2 \le 14 \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0, \quad x_2 \ge 0$$

$$F = 2x_1 + 3x_2 \to \max$$

masalaning yechimini simpleks usulda aniqlaymiz. Masalani kanonik ko‘rinishga keltirish uchun quyidagi qo‘shimcha s_1, s_2 o‘zgaruvchilar kiritamiz:

Wire Insights: Journal of Innovation Insights
Volume 1, Issue 7, December 2023
ISSN (E): 2810-6458
Website: https://academiaone.org/index.php/7

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + s_1 = 10 \\ 2x_1 + x_2 + s_2 = 14 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, \;\; x_2 \geq 0, \;\; s_1 \geq 0, \;\; s_2 \geq 0 \qquad (2)$$

$$F = 2x_1 + 3x_2 + 0 \cdot s_1 + 0 \cdot s_2 \to \max$$

Tenglamalar sistemasida jami 4 ta, ya'ni 2 ta asosiy x_1, x_2 va 2 ta qo'shimcha s_1, s_2 o'zgaruvchilar bor. Maqsad funksiyasi koeffisiyentlari vektori C, cheklanish shartlari koeffisiyentlaridan iborat matrisa A va shartlar o'ng tomonlari vektori B lar quyidagicha aniqlanadi:

$$C = (c_1;\, c_2;\, c_3;\, c_4) = (2;\, 3;\, 0;\, 0)$$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 14 \end{pmatrix}$$

Birinchi qadam. Boshalng'ich simpleks jadvalni qurish

Yuqorida keltirilga misolimizning simpleks jadvalini quraylik. Maqsad funksiyasini

$$z = 2x_1 + 3x_2 + 0 \cdot s_1 + 0 \cdot s_2$$

ko'rinishda yoizib olib, (2) sistemani inobatga olgan holda boshlang'ich jadvalni quyidagicha to'ldiramiz (2-jadval).

B	C_b	P_0	x_1	x_2	s_1	s_2
			2	**3**	**0**	**0**
s_1	**0**	**10**	**1**	**2**	**1**	**0**
s_1	**0**	**14**	**2**	**1**	**0**	**1**
F_j		**0**	**0**	**0**	**0**	**0**
$C_j - F_j$			**2**	**3**	**0**	**0**

2-jadval. Boshlang'ich simpleks jadval

Boshlang'ich simpleks jadvalning 2, 3, 4 satrlari bevosita maqsad funksiyasining va sistema koeffisiyentlaridan iboratdir (A matrisa, C va B vektorlarga e'tibor bering). F_j satr elementlari quyidagicha topiladi. Maqsad funksiyasining bazisdagi koeffisiyentlaridan iborat bo'lgan vektor shartlar ustunidagi vektorlarga skalyar ko'paytiriladi. Ya'ni $C_b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ vektor $A_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ vektorga skalyar ko'paytiriladi va h.k. Shu yo'l bilan F_j satrning barcha elementlari topiladi. $C_j - F_j$ satr elementlari maqsad funksiyasining koeffitsiyentlaridan mos

ACADEMIA ONE
PEER REVIEWED JOURNALS
Wire Insights: Journal of Innovation Insights
Volume 1, Issue 7, December 2023
ISSN (E): 2810-6458
Website: https://academiaone.org/index.php/7

ravishda F_j satr elementlarini ayirishdan hosil bo‘ladi. Bazisda qatnashmagan o‘zgaruvchilar nolga teng bo‘lgani uchun $x_1 = 0$, $x_2 = 0$. Bazis o‘garuvchilarning qiymati oxirgi ustundan olinadi: $s_1 = 10$, $s_2 = 14$. F_j satrning oxirgi katagida joylashgan son maqsad funksiyasining boshlang‘ich qadamdagi qiymatidan iborat $F = 0$.

Birinchi qadamda oxirgi satrning qiymatlari maqsad funksiyasining koeffisiyentlari bilan mos keladi. Shu bilan birinchi qadam tugaydi.

Ikkinchi qadam. Olingan natijani optimallaikka tekshirish

Olingan natijaning optimalligi $C_j - F_j$ satrdagi barcha sonlarning nomusbatligidan aniqlanadi. Agar $C_j - F_j$ satrida joylashgan barcha elementlar nol yoki manfiy bo‘lsa olingan natija optimal bo‘ladi va jarayon tugallanadi. Agar bu elementlar ichida kamida bitta musbat element mavjud bo‘lsa, optimallikka erishilmagan bo‘ladi va yechimni yaxshilash mumkin bo‘ladi.

Qaralayotgan misolimizda oxirgi satr elementlari ichida ikkita musbat son bo‘lgani uchun natija optimal emas. Shu bilan optimallik shartini tekshirish tugallanadi.

Uchinchi qadam. Optimallikka yo‘naltiruvchi holatni topish

Boshlang‘ich jadval oxirgi satridan maksimal elementini aniqlaymiz, bu element 3 ga teng. Simleks jadvalning oxirgi satrida joylashgan musbat elementlarining eng kattasi joylashgan ustunga hal qiluvchi ustun deyiladi (3-jadval).

B	C_b	P_0	x_1	x_2	s_1	s_2	P_0 / a_{ij}
			2	**3**	**0**	**0**	
s_1	**0**	**10**	**1**	**2**	**1**	**0**	**10/2=5**
s_1	**0**	**14**	**2**	**1**	**0**	**1**	**14/1=14**
F_j		**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	
$C_j - F_j$			**2**	**3**	**0**	**0**	

3-jadval. Hal qiluvchi elementni aniqlash

3-jadvalda keltirilgan jadvalda hal qiluvchi ustun strelka bilan ko‘rsatilgan. Hal qiluvchi satrni topish maqsadida qo‘shimcha ustun kiritib ustun elementlarini mos ravishda hal qiluvchi ustun elementlariga bo‘lib chiqamiz. Hosil bo‘lan sonlarning kichigini olamiz: $\min\{5, 14\} = 5$. Demak, jadavalning uchinchi satri hal qiluvchi satr bo‘lib, ushbu satr strelka bilan ko‘rsatilgan. Hal qilluvchi satr bilan hal qiluvchi ustunlarning kesishishida joylashgan element hal qiluvchi element deyiladi. Bizning misolimizda hal qiluvchi element 2 ga teng va jadvalda qizil rangda berilgan. Shu bilan 3-qadamni tugallaymiz.

4-qadam. Yangi yechimga o‘tish

ACADEMIA ONE
PEER REVIEWED JOURNALS
Wire Insights: Journal of Innovation Insights
Volume 1, Issue 7, December 2023
ISSN (E): 2810-6458
Website: https://academiaone.org/index.php/7

Yangi yechimga o'tish bazis o'zgaruvchilarni almashirishdan boshlanadi. Hal qiluvchi satr boshidagi bazis o'zgaruvchi hal qiluvchi ustundagi o'zgaruvchi bilan almashadi, shunga mos koeffisiyentlar ham almashadi. Simpleks jadvalning 3 va 4-satrlaridagi elementlar Gauss-Jordan usuli bilan hal qiluvchi element yordamida qayta hisoblanib chiqiladi. Gauss-Jordan usulida quyidagicha yo'l tutiladi:

1) Hal qiluvchi satr hal qiluvchi elementga bo'linadi. Hal qiluvchi ustunning qolgan elementlari nollar bilan to'ldiriladi.

2) Qolgan satrlarni "to'rtburchak" usulida qayta hisoblanadi. Ushbu usul bilan chiziqli tenglamalar sistemasini Gauss-Jordan usuli bilan yechish mavzusidan tanishsiz.

"To'rtburchak" usuli haqida eslatib o'tamiz. $a(i,\ j)=a_{ij}$ kabi jadvalning i -satr va j -ustun kesishmasida joylashgan elementni belgilab olaylik. Faraz qilaylik $a(s,k)$ – hal qiluvchi element va $a(i,\ j)$ qayta hisoblanishi lozim element bo'sin. Jadvalning $a(s,k)$ va $a(i,\ j)$ qiymatlari joylashgan kataklardan foydalanib quyidagi 4-jadvalda keltirilgandek to'g'ri to'rtburchak tuzib olamiz.

$a(i,\ j)$	$\dots$	$a(i,k)$
$\dots$		$\dots$
$a(s,\ j)$	$\dots$	$a(s,k)$

4-jadval. To'rtburchak usuli

$a(i,\ j)$ ning yangi qiymati $a^*(i,\ j)$ quyidagi formila yordamida hisoblanadi:

$$a^*(i,\ j)=a(i,\ j)-\frac{a(s,\ j)\cdot a(i,k)}{a(s,k)}$$

Qayta hisoblash natijasida, quyidagi 5-jadvalga kelamiz. Shunday qilib ikkinchi jadval tuzilib, yangi simpleks jadval hosil qilindi.

Hisoblashlarni tezlashtirish maqsadida quyidagi qoidalardan foydalanish maqsadga muvofiq bo'ladi.

B	C_b	P_0	x_1	x_2	s_1	s_2
			2	**3**	**0**	**0**
x_2	**3**	**5**	**1/2**	**1**	**1/2**	**0**
s_1	**0**	**9**	**3/2**	**0**	**–1/2**	**1**
F_j		**15**	**3/2**	**3**	**3/2**	**0**
C_j-F_j			**1/2**	**0**	**–3/2**	**0**

5-jadval. Ikkinchi simpleks jadval

ACADEMIA ONE
PEER REVIEWED JOURNALS
Wire Insights: Journal of Innovation Insights
Volume 1, Issue 7, December 2023
ISSN (E): 2810-6458
Website: https://academiaone.org/index.php/7

• Agar hal qiluvchi satrda 0 ga teng elementlar bo‘lsa, unga mos ustun elementlarining qiymati yangi jadvalda o‘zgarishsiz qoladi;

• Agar hal qiluvchi ustunda 0 ga teng elementlar bo‘lsa, unga mos satr yangi jadvalda o‘zgarishsiz qoladi. Ikkinchi qadamga o‘tib yana optimallik mezonini tekshiramiz.

Yangi simpleks jadval oxirgi satrida musbat element $\frac{1}{2}$ bo‘lgani uchun optimal yechim olingani yo‘q. Demak, yana yangi jadval quramiz. Endi hal qiluvchi ustun oxirgi satrdagi yagona musbat elementga mos kelgan x_1 ustunidir (6-jadval).

B	C_b	P_0	x_1	x_2	s_1	s_2	P_0 / a_{ij}
			2	**3**	**0**	**0**	
x_2	**3**	**5**	**1/2**	**1**	**1/2**	**0**	**10**
s_1	**0**	**9**	**3/2**	**0**	**–1/2**	**1**	**6**
F_j		**15**	**3/2**	**3**	**3/2**	**0**	
$C_j - F_j$			**1/2**	**0**	**–3/2**	**0**	

6-jadval. Hal qiluvchi elementni aniqlash

Oxirgi ustundagi minimal qiymat $\min\{10, 6\} = 6$ bo‘lgani uchun hal qiluvchi satr to‘rtinchi satr bo‘ladi. Demak, x_1 o‘zgaruvchi bazisga kirib, s_2 esa bazisdan chiqadi. Yuqorida keltirilgan qoida bo‘yicha yangi jadvalni quramiz (7-jadval).

B	C_b	P_0	x_1	x_2	s_1	s_2
			2	**3**	**0**	**0**
x_2	**3**	**2**	**0**	**1**	**2/3**	**–1/3**
x_1	**2**	**6**	**1**	**0**	**–1/3**	**2/3**
F_j		**18**	**2**	**3**	**4/3**	**1/3**
$C_j - F_j$			**0**	**0**	**–4/3**	**–1/3**

7-jadval. Oxirgi simpleks jadval

Hosil bo‘lgan jadvalning oxirgi satriga nazar solsak, satrdagi barcha elementlar nomusbat bo‘lib, bu biz optimal yechimga yetib kelganligimizdan dalolat beradi. Jadvaldan optimal reja $x_1 = 6,\ x_2 = 2,\ s_1 = 0$ va $s_2 = 0$ ekanligini va maqsad funksiyasining optimal qiymati $F_{\max} = F(6;\ 2) = 2 \cdot 6 + 3 \cdot 2 = 18$ ekanligini aniqlash mumkin. Oxirgi jadvalda maqsad funksiyasining optimal qiymati pushti rang katakda hosil bo‘lgan.

Xulosa

Chiziqli dasturlash masalasini simpleks usulda yechish universal usul bo‘lib, bu usulda grafik usul kabi o‘zgaruvchilar soniga chegara qo‘yilmaydi. Bundan tashqari, chiziqli dasturlash masalasini simpleks usulda yechish algoritmi ko‘pgina amaliy dasturlarda mavjud. Xususan, MS Excel, POM QM for Windows dasturlari orqali ham chiziqli dasturlash masalasini simpleks usulda yechish mumkin.

Foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati

1. Raimova G., Dalaboyev U. Optimal qarorlar qabul qilish usullari. Chiziqli dasturlash. Darslik. T.: 2022. 240 b.
2. Xashimov A.R., Sotvoldiyev A.I., Xujaniyozova G.S., Xolbozorov Q.X. Iqtisodchilar uchun matematika. 1-modul (chiziqli algebra asoslari va uning iqtisodiyotga tatbiqlari). Darslik. T.: “Nihol-print” OK. 2022. 316 bet.
3. Sotvoldiyev A.I., Xidirov N.G‘. Dinamik modellarni iqtisodiyotda qo‘llanilishi. Science and education scientific journal. Tashkent. 2022. Vol. 3, No. 3. pp. 1-10.
4. Sotvoldiyev A.I., Turdiyev Sh.R. Hayot sifatini baholashning optimal usullari. Ilmiy tadqiqot va innovatsiya ko‘p tarmoqli ilmiy jurnal. Toshkent. 2022. 1-tom, 6-son. 31-35 betlar.
5. Sotvoldiyev A.I. Some Economic Applications of Differential Equations. Diversity Research: Journal of Analysis and Trends. Chile. 2023. Vol. 1, Issue 4. pp. 22-27.
6. Sotvoldiyev A.I., Ostonakulov D.I. Mathematical Models in Economics. Spectrum Journal of Innovation, Reforms and Development. Germany. 2023. Vol. 17, pp. 115-119.
7. Sotvoldiyev A.I., Ostonakulov D.I. About Game Theory and Types of Games. Texas Journal of Engineering and Technology. USA. 2023. Vol. 23, pp. 11-13.
8. Sotvoldiyev A.I., Yuldashev S.A. Matematik modellashtirish va matematik model qurish metodlari. Pedagog respublika ilmiy jurnali. Uzbekistan. 2023. 5-son. 44-50 betlar.
9. Sotvoldiyev A.I. Mathematics of economic processes nature and methods of modeling. Science and education scientific journal. Uzbekistan. 2023. Vol. 4, No. 3. pp. 829-835.
10. Sotvoldiyev A.I. Kobb-Duglas ishlab chiqarish funksiyasi haqida. Journal of New Century Innovations. Uzbekistan. 2023. Vol. 34, Issue 1. pp. 102-105.